13. Исследование модели "Нападение - защита" в чистых стратегиях.

Здесь при нахождении $\bar{v} = \min\limits_{y \in Y} \max\limits_{x \in X} F(x,y)$ необходима ссылка на решение м. игры с $\begin{pmatrix} \mu_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \mu_n \end{pmatrix}$ - диагональной матрицей.

Задача. $n = 3$, $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = \frac{1}{2}$, $\mu_3 = \frac{1}{3}$ $A = 100$

$x = (50, 25, 25)$, $B = 100$.

Указать минимизирующую стратегию защиты. Найти $\min\limits_{y \in Y} F(x,y)$. Принцип: уничтожать нападение наиболее эффективным способом

$y(x) = (50, 50, 0)$. $W(x) = 25$.

14. Исследование в смеш. стратегиях.

Задача. $n = 3$ $\varphi^0 = \frac{1}{4} I_{x^{(1)}} + \frac{1}{4} I_{x^{(2)}} + \frac{1}{2} I_{x^{(3)}}$

$\mu_i = 1$. Найти v и опт. стратегию защиты, если

$A = B = 100$.

$$p_i^0 = \frac{1}{\mu_i \sum_{k=1}^{3} \frac{1}{\mu_k}}, \quad i = 1, 2, 3$$ Отсюда находим μ_2, μ_3

$$v = A - \frac{B}{\sum_{k=1}^{3} \frac{1}{\mu_k}}, \quad y_i^0 = \frac{B}{\mu_i \sum_{k=1}^{3} \frac{1}{\mu_k}}$$

15. Модель шумной дуэли.

$$\alpha^*: \ p_1(\alpha) = 1 - p_2(\alpha), \quad x^0 = y^0 = \alpha^*.$$

$$v = p_1(\alpha^*). \qquad \alpha_0 = 1$$

Задача: $p_1(\alpha) = 1 - \alpha^2$, $p_2(\alpha) = 1 - \alpha$

найти решение игры.

Для бесшумной дуэли

$$\underline{v} = \max_{0 \le x \le \alpha_0} \inf_{0 \le y \le \alpha_0} F(x, y) = \max_{0 \le x \le x_0} p_1(x)(1 - p_2(x)) =$$
$$= p_1(x^0)(1 - p_2(x^0))$$

$$\bar{v} = \min_{0 \le y \le d_0} \sup_{0 \le x \le d_0} F(x, y) = p_1(d^*) :$$

$$d^* : \ p_1(d) = 1 - p_2(d^*).$$

$y^0 = d^*$ – минимаксная стратегия.

16. Определение многошаговой игры с полн. инф.

Нормальная форма: стратегии наборы ф-ий.

Кто выигр.?
От стр.?

Задача. Игрок по очереди (начиная с первого) выбирают числа из мн-ва $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Числа суммируется. Игрок проигрывает если при его выборе сумма станет равной или превзойдет 61.

Решение. Если текущая сумма $S = 60$, то игрок проигр.

$$S = \underset{-}{60},\ \underset{+}{59},\ \underset{+}{58},\ \underset{+}{57},\ \underset{+}{56},\ \underset{+}{55},\ \underset{-}{54}\ \ldots,\ \underset{-}{6},\ \underset{+}{5},\ \underset{+}{4},\ \underset{+}{3},\ \underset{+}{2},\ \underset{+}{1}$$

Первый проигр. т.к. при любом выбор второй будет в выигр. положении. Второй дополняет выбор первого до 6.

Другой вариант. Игрок выигрывает, если сможет сумму увеличить до 61.

$S = 60, 59, 58, 57, 56, 55, 54, \ldots$

$+ \quad + \quad + \quad + \quad + \quad - \quad +$

$61 = 6 \cdot 10 + 1$. Первый выигрывает.

На первом шаге он выбирает 1, а затем выбор второго дополняет до 6. В результате возникнет последовательность 1, 7, 13, .. 55.

Другой вариант. Если после выбора числа сумма достигает 60, то игрок выигрывает.

$S = 59, 58, 57, 56, 55, 54, \quad , 49, \underline{48}, \dots$

$\quad\; + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad - \qquad\qquad + \quad -$

$60 = 6 \cdot 10$. Выигрывает второй.

Он дополняет выбор первого до 6.

$6, 12, \dots, 54, \quad 60.$

Одноэтаповая игра с полной информацией.

$x \in X, \ y \in Y \quad F(x, y)$.

первый выбирает x, второй y, зная x.

$$v = \underline{v} = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} F(x, y) = \min_{y \in Y} F(x^0, y)$$

$$y(x): \ \min_{y \in Y} F(x, y) = F[x, y(x)].$$

пример. $X=[0,1]$, $Y=[0,1]$.

$F(x,y) = -(x-y)^2$. Найти v и все опт. страте- $\cap y$ гии игроков.

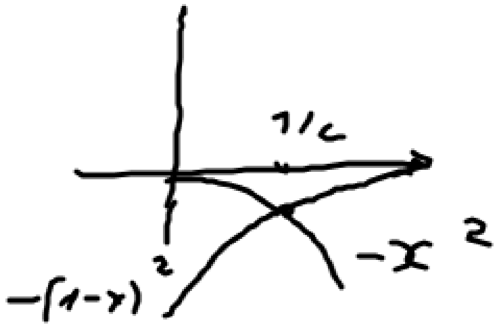
$$v = \underline{v} = \max_{0\le x\le 1} \min\,[F(x,0), F(x,1)] =$$

$$= \max_{0\le x\le 1} \min\,[-x^2, -(x-1)^2]$$

$$F(x,0) = -x^2 \geq F(x,1) = -(x-1)^2 \iff 0 \le x \le \tfrac{1}{2}$$

$$\cancel{-x^2} \geq \cancel{-x^2} + 2x - 1$$

две опт. стр-ии: $y(x) = \begin{cases} 0, & 0 \le x < \frac{1}{2} \\ 0,1, & x = \frac{1}{2} \\ 1, & \frac{1}{2} < x \le 1 \end{cases}$



$x^0 = \frac{1}{2}$

Пусть сначала второй выбирает $y \in Y$, а потом первый выбирает $x \in X$, зная y.

$$\bar{v} = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} F(x, y) = \max_{x \in X} F(x, y^0)$$

$$x(y) = \max_{x \in X} F(x, y) = F(x(y), y)$$

Пример. $F(x, y) = -(x-y)^2$, $X = [0,1]$, $Y = [0,1]$.

$x(y) = y$ – единств. опт. с-я

$\bar{v} = 0$, $y^0 \in [0,1]$, т.е. $\forall$ стратегия второго явл. оптимальной.

Аналогичные задачи для матричной игры.

i, j $A = (a_{ij})$ $i^0, j^0(i)$ $v = \bar{v}$.